

Aplicações da lei de Gauss

A lei de Gauss é uma lei geral. Ela vale para qualquer distribuição de cargas e qualquer superfície fechada.

De maneira genérica, a lei de Gauss diz que:

Fluxo elétrico sobre	=	Distribuição de cargas dentro da
uma superfície fechada		superfície fechada

O fluxo elétrico depende do campo elétrico, ou seja, a lei de Gauss estabelece uma maneira de relacionar o campo elétrico em torno de uma dada região (superfície) com a distribuição de cargas que o produz.

Campo ao longo de uma superfície \leftrightarrow Distribuição de cargas

A lei de Gauss pode ser utilizada de duas maneiras:

1. Se conhecermos a distribuição de cargas e a superfície tiver elementos de simetria suficientes, pode-se determinar o campo;
2. Se conhecermos o campo, podemos escolher superfícies adequadas que nos permitam determinar a distribuição de cargas.

Os elementos de simetria que nos permitem resolver a integral de superfície da lei de Gauss de maneira fácil (em muitos casos sem fazer cálculos) são *esféricos, cilíndricos e planares*.

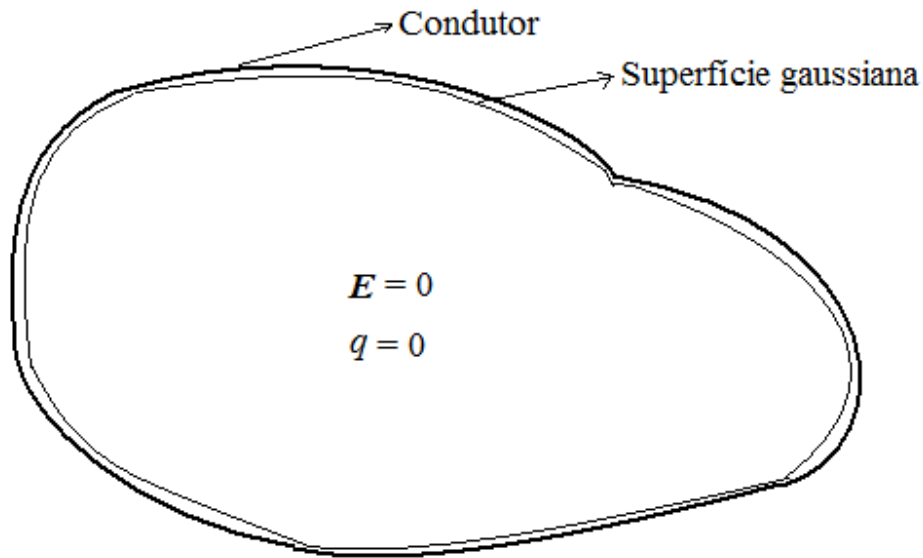
Faça os exemplos das seções 22.4 e 22.5 do livro-texto. Muitos deles foram feitos em sala de aula. Observe que no fim do Capítulo 22 (página 62) há uma tabela que dá os campos elétricos produzidos por várias distribuições de carga com elementos de simetria.

Campo elétrico na superfície de um condutor

Cargas elétricas podem deslocar-se livremente no interior de condutores elétricos. Portanto, se tivermos uma situação de *equilíbrio* eletrostático, ou seja, sem cargas em movimento, o campo elétrico tem que ser nulo no interior de um condutor:

$$\vec{E} = 0 \text{ no interior de um condutor em equilíbrio eletrostático.}$$

Considere agora uma superfície gaussiana no interior de um condutor em equilíbrio eletrostático. Suponha que a superfície gaussiana está tão próxima da superfície interna do condutor quanto se queira (veja a figura abaixo).



Como o campo elétrico é nulo no interior do condutor (condição de equilíbrio eletrostático), ele é, em particular, nulo sobre a superfície gaussiana. Desta forma, o fluxo $\Phi_E = 0$ e, pela lei de Gauss, a carga líquida no interior da superfície é nula.

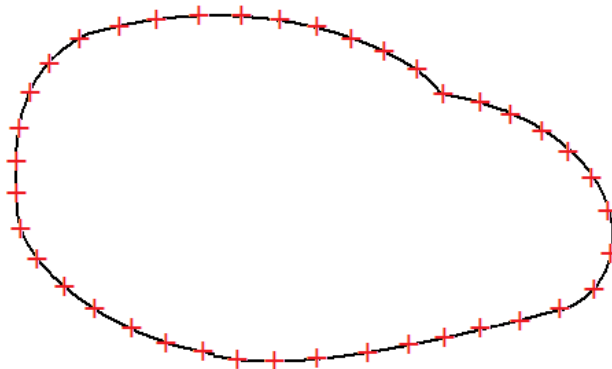
Como a superfície gaussiana pode estar tão próxima da superfície interna do condutor quanto se queira, o resultado acima implica que a carga total líquida no interior de um condutor em equilíbrio eletrostático é nula.

Isso pode ser expresso matematicamente por $\rho = 0$ no interior do volume do condutor, onde ρ é a densidade volumétrica de carga elétrica.

Portanto, se houver algum excesso de carga elétrica no condutor, ela deve estar distribuída por sua superfície.

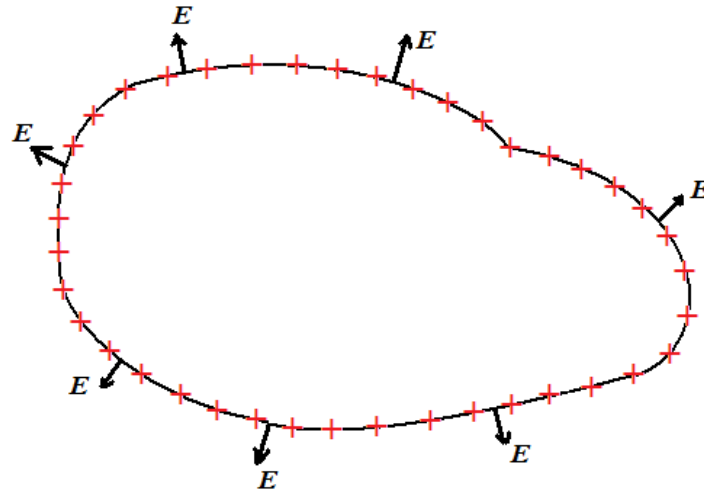
Quando transmitimos carga a um condutor, por exemplo, colocando-o por um breve momento em contato com uma ponta metálica ligada a um corpo carregado, a carga transmitida rapidamente se espalha pelo condutor e ele entra em equilíbrio. Onde fica então a carga transmitida? Como não pode ser no interior do condutor, ela só pode ficar na superfície.

A carga líquida de um condutor em equilíbrio está distribuída por sua superfície, gerando uma densidade superficial de carga $\sigma \neq 0$. Veja a figura abaixo.

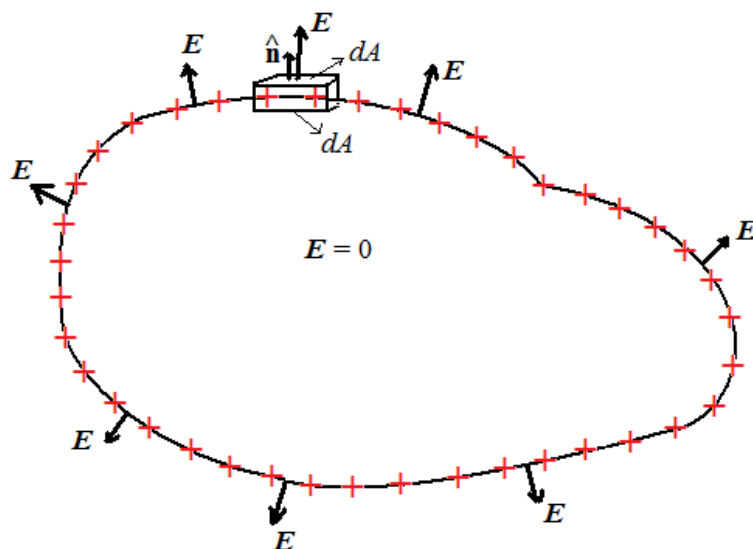


Como há carga na superfície do condutor, deve haver um campo elétrico não nulo \vec{E} do seu lado de fora. Esse campo não pode ter componente tangente à superfície do condutor, caso contrário haveria deslocamento de carga pela superfície violando a condição de equilíbrio.

Portanto, o campo elétrico deve ser perpendicular à superfície de um condutor em equilíbrio eletrostático.



Seja agora uma superfície gaussiana (uma caixa) envolvendo um pedaço da superfície do condutor. A tampa da caixa tem área dA (uma das faces de área dA está fora do condutor e a outra face de área dA está dentro do condutor). Veja a figura abaixo.



Como o campo elétrico \vec{E} é perpendicular à superfície do condutor, sobre a tampa externa da caixa ele aponta na mesma direção da normal a ela \hat{n} . Pelo mesmo motivo, \vec{E} não tem componente ao longo das normais às superfícies laterais da caixa. E como $\vec{E} = 0$ no interior do condutor, a sua componente sobre a tampa da caixa que está dentro do condutor é zero. Desta maneira, o fluxo total do campo elétrico sobre a superfície gaussiana é:

$$\hat{n} \cdot \vec{E} dA = E dA.$$

Pela lei de Gauss,

$$E dA = \frac{dq}{\epsilon_0} = \frac{\sigma dA}{\epsilon_0},$$

logo, o campo elétrico na superfície do condutor é:

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \hat{n}. \quad (1)$$

Este resultado vale para qualquer condutor em equilíbrio eletrostático.