INSTITUTO
POLITÉCNICO DO PORTO

INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA

ABC DOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS EM CORRENTE ALTERNADA

Mário Ferreira Alves (malves@dee.isep.ipp.pt)

Departamento de Engenharia Electrotécnica

Fevereiro de 1999

Prefácio

Este trabalho pretende introduzir os conceitos fundamentais associados aos sistemas eléctricos em corrente alternada.

Começam-se por distinguir as várias formas de corrente eléctrica, dentro das quais se salientam a corrente contínua e a corrente alternada sinusoidal, por serem as mais utilizadas para alimentar os diversos receptores que utilizamos no nosso dia-a-dia. Enquanto que a corrente contínua é muito utilizada nos sistemas automóveis e na tracção eléctrica, a corrente alternada é, sem dúvida a forma de corrente eléctrica mais utilizada.

No 2º capítulo definem-se algumas características fundamentais das grandezas alternadas, nomeadamente a frequência e o valor eficaz. O capítulo 3 é inteiramente dedicado à análise da relação entre a tensão e a corrente para diversos tipos de circuitos, envolvendo resistências, condensadores e bobinas. É neste capítulo que se percebe porque é que existe e porque é que varia o desfasamento entre a tensão e a corrente. Este facto leva ao aparecimento de várias componentes de potência - activa, reactiva e aparente, o que é explicado no capítulo 4.

O capítulo 5 dá uma ideia de como se podem reduzir os efeitos prejudiciais da potência reactiva, através da utilização de condensadores que reduzem o desfasamento entre a tensão e a corrente. A este processo chama-se “compensação do factor de potência”.

Por último, é feita uma pequena abordagem dos sistemas trifásicos, nomeadamente o porquê da sua utilização na rede eléctrica nacional, bem como os conceitos de fase e neutro, sistemas equilibrados e desequilibrados, associação em estrela e em triângulo, tensões simples e compostas, etc.

Índice

1. CORRENTE ALTERNADA? 7
1.1. Formas da Corrente Eléctrica 7
1.2. Corrente Alternada *versus* Corrente Contínua 8
2. CARACTERÍSTICAS DA CORRENTE ALTERNADA 9
2.1. Valor Instantâneo - u(t) 9
2.2. Período - T e Frequência - f 9
2.3. Amplitude Máxima - U_m 10
2.4. Valor Eficaz - U 10
3. RESISTÊNCIA, REACTÂNCIA INDUTIVA, REACTÂNCIA CAPACITIVA E IMPEDÂNCIA 12
3.1. Circuitos com Resistências 12
3.2. Circuitos com Indutâncias (Bobinas) 12
3.3. Impedância Indutiva (Bobina + Resistência) 14
3.4. Circuitos com Capacitâncias (Condensadores) 16
3.5. Impedância Capacitiva (Condensador + Resistência) 18
3.6. Circuito RLC Série (Resistência + Indutância + Condensador) 21
3.7. Circuito RLC Paralelo (Resistência + Indutância + Condensador) 23
3.8. Comentário Sobre Análise de Circuitos em Corrente Alternada 24
4. POTÊNCIAS INSTANTÂNEA, ACTIVA, REACTIVA E APARENTE 26
4.1. Potência Instantânea 26
4.2. Potência Activa 26
4.3. Potência Reactiva 27
4.4. Potência Aparente 28
5. COMPENSAÇÃO DO FACTOR DE POTÊNCIA 29
5.1. Inconvenientes da Potência/Energia Reactiva 29
5.2. Compensação do Factor de Potência 30
6. SISTEMAS TRIFÁSICOS 33
6.1. Sistemas Trifásicos *versus* Sistemas Monofásicos 33
6.2. Produção - Alternador Trifásico 33
6.3. Sistema Equilibrado 35
6.4. Condutor Neutro 36
6.5. Tensões Simples e Compostas 36
6.6. Ligação de Receptores Trifásicos - Triângulo e Estrela 38
6.7. Cálculo de Potência dos Sistemas Trifásicos 39
7. REFERÊNCIAS 42

1. CORRENTE ALTERNADA?

A primeira coisa que é necessário perceber, é o que é a corrente alternada e porque é que é tão utilizada.

1.1. Formas da Corrente Eléctrica

A energia eléctrica, sendo utilizada de múltiplas maneiras, pode apresentar-se nos circuitos em diferentes formas:

Contínua O fluxo de electrões dá-se apenas num sentido	**Constante** A tensão/corrente é constante	Obtém-se a partir de pilhas, baterias, dínamos, fontes de tensão, rectificação de corrente alternada	
	Variável A tensão/corrente varia	Obtém-se a partir de fontes de tensão	
Descontínua O fluxo de electrões dá-se nos dois sentidos	**Periódica** A tensão/corrente varia sempre da mesma maneira, repetindo-se ao longo do tempo	**Sinusoidal** A variação da corrente é sinusoidal	Obtém-se a partir de alternadores, geradores de sinal
		Quadrada/Triangular A variação da corrente é rectangular/triangular	Obtém-se a partir de geradores de sinal
	Não periódica A tensão/corrente não se repete no tempo	Sinais de rádio e televisão, ruído (electromagnético)	

São de salientar as duas formas de corrente eléctrica mais utilizadas:

- Corrente contínua constante - conhecida por **corrente contínua** (**CC**, em Português, ou **DC** em Inglês)
- Corrente descontínua periódica sinusoidal - conhecida por **corrente alternada** (**CA**, em Português, ou **AC** em Inglês)

1.2. Corrente Alternada *versus* Corrente Contínua

Desde o início da história da electricidade que se iniciou a questão da opção entre corrente contínua (CC) e corrente alternada (CA). A partir de 1882, a CA foi adoptada para o transporte e distribuição de energia eléctrica em larga escala [1], pelas seguintes razões [2]:

- A elevação e o abaixamento de tensão são mais simples

  Tal como já foi referido no ponto 'Noções Sobre Sistemas Eléctricos de Energia', para reduzir as perdas energéticas no transporte de energia eléctrica é necessário elevar o valor da tensão. Posteriormente, a distribuição dessa energia eléctrica aos consumidores, é necessário voltar a baixar essa tensão. Para isso utilizam-se **transformadores** elevadores e abaixadores de tensão, de construção bastante simples e com um bom rendimento. O processo de reduzir e aumentar a tensão em CC é bastante mais complexo, embora comecem a aparecer, hoje em dia, sistemas de electrónica de potência capazes de executar essa tarefa (embora com limitações de potência).

- Os **alternadores** (geradores de CA) são mais simples e têm melhor rendimento que os dínamos (geradores de CC).
- Os motores de CA, particularmente os **motores de indução** são mais simples e têm melhor rendimento que os motores de CC.
- A CA pode transformar-se facilmente em CC por intermédio de sistemas **rectificadores**.

2. CARACTERÍSTICAS DA CORRENTE ALTERNADA

2.1. Valor Instantâneo - u(t)

O valor instantâneo de uma grandeza alternada sinusoidal - **u** - pode representar-se matematicamente em função do tempo - **t**:

$$u(t) = U_m.\sin(\omega t)$$

em que ω representa a velocidade angular (velocidade de rotação do alternador que gera a energia eléctrica alternada sinusoidal) e representa-se em radianos por segundo - **rad/s**. A relação entre a velocidade angular, a frequência e o período é a seguinte:

$$\omega = 2\pi.f = 2\pi \ / \ T$$

Se considerarmos um vector **U**, de comprimento $\mathbf{U_m}$, rodando à velocidade ω, o valor instantâneo **u** será a projecção vertical desse vector:

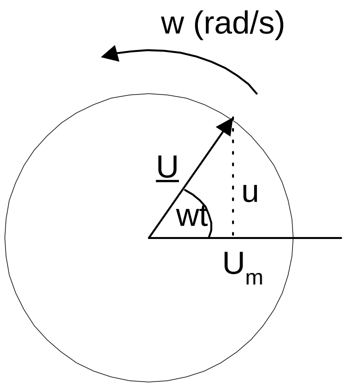

Figura 1: Valor instantâneo como projecção de vector em rotação

Efectivamente, podemos confirmar graficamente a relação matemática:

$$u = U_m.\sin(\omega t)$$

2.2. Período - T e Frequência - f

Dado que a CA se repete periodicamente (ciclicamente), uma das característica fundamentais é o valor do intervalo de tempo entre repetições (ou ciclos), ou seja, o **período - T**, cuja unidade é o **segundo - s**.

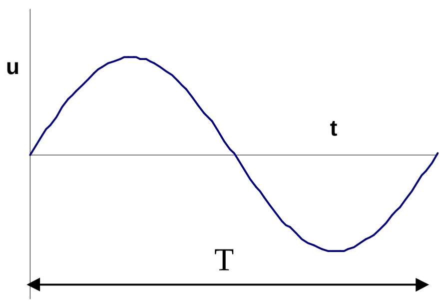

Figura 2: Período de uma tensão alternada sinusoidal

É comum utilizar-se uma outra característica da CA, directamente relacionada com o período - a **frequência - f**. Esta grandeza representa o número de ciclos que ocorre num segundo e a sua unidade é o **Hertz - Hz**.

A relação entre a frequência e o período é então:

$$f = \frac{1}{T}$$

Exemplo:

Em Portugal, a tensão (e a corrente) da rede pública têm uma frequência f = 50 Hz, correspondendo a um período T = 20 ms.

Quer isto dizer que a tensão de que dispomos nas tomadas de nossas casas descreve 50 ciclos num segundo, mudando de sentido 100 vezes por segundo.

Note-se que o período e a frequência são características comuns a todos os sinais periódicos, isto é. não se utilizam apenas em corrente alternada sinusoidal, mas também em sinais de outras formas (quadrada, triangular, digital, etc.).

Exemplo:

A frequência de um sinal de rádio modulado em frequência (FM) anda na ordem dos 100 MHz, descrevendo portanto 100 milhões de ciclos num segundo.

2.3. Amplitude Máxima - U_m

Também designada por **valor máximo** ou **valor de pico**, a **amplitude máxima** é o valor instantâneo mais elevado atingido pela grandeza (tensão, corrente, f.e.m., etc.). Para as grandeza tensão e corrente, este valor pode ser representado pelos símbolos $\mathbf{U_m}$ e $\mathbf{I_m}$. Podem considerar-se amplitudes máximas positivas e negativas:

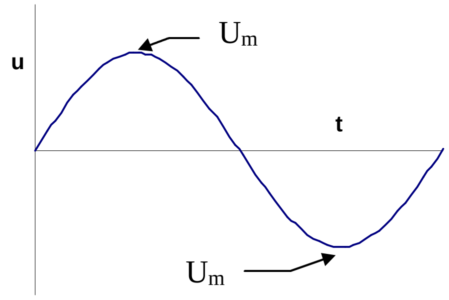

Figura 3: Amplitude máxima de uma tensão alternada sinusoidal

2.4. Valor Eficaz - U

O valor eficaz de uma grandeza alternada é o valor da grandeza contínua que, para uma dada resistência, produz, num dado tempo, o mesmo *Efeito de Joule* (calorífico) que a grandeza alternada considerada.

No caso de grandezas alternadas sinusoidais, o valor eficaz é $\sqrt{2}$ vezes menor que o valor máximo, independentemente da frequência (*Figura 4*):

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \approx 0.7 \times I_m \text{ e } U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \approx 0.7 \times U_m$$

Note-se que:

- A prova desta relação pode encontrar-se, por exemplo, em [3].
- O valor eficaz não é o mesmo que o valor médio aritmético.
- A relação de $\sqrt{2}$ entre o valor máximo e o valor eficaz só se verifica para CA. Para outras formas de onda, a relação é diferente.
- O valor indicado pelos voltímetros e amperímetros, quando se efectuam medidas em CA, é o valor eficaz.
- Quando é referido um dado valor de uma tensão ou corrente alternada, este será sempre um valor eficaz, salvo se outro for explicitamente mencionado.

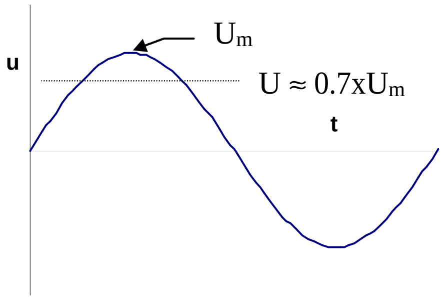

Figura 4: Valor eficaz de uma tensão alternada sinusoidal

Exemplo:

Quando dizemos que a tensão da rede é de 230 V, estamos a indicar o seu valor eficaz. O valor máximo da tensão será:

$U_m \approx 230 \ / \ 0.7 \approx 330$ V

Refira-se ainda que, em determinadas situações, o que interessa considerar é o valor máximo da grandeza e não o valor eficaz. No dimensionamento de isolamento eléctrico, por exemplo, deve considerar-se o valor máximo de tensão. O valor máximo admissível por um multímetro, por exemplo, poderá ser de 1100 V para CC e de 780 V para CA (porque um valor eficaz de 780 V corresponde a um valor de pico de 1100 V, aproximadamente).

3. Resistência, Reactância Indutiva, Reactância Capacitiva e Impedância

A análise de circuitos em corrente alternada (CA) implica o estudo do comportamento de três elementos eléctricos básicos: resistência, indutância (bobina) e capacidade (condensador).

3.1. Circuitos com Resistências

Quando um circuito contém apenas resistências puramente ohmicas, a corrente é, em qualquer instante e devido à Lei de Ohm, proporcional à tensão. Se a tensão aplicada a uma resistência é alternada sinusoidal, a corrente terá também um formato sinusoidal, anulando-se nos mesmos instante da tensão e atingindo o máximo nos mesmos instantes da tensão (*Figura 5*).

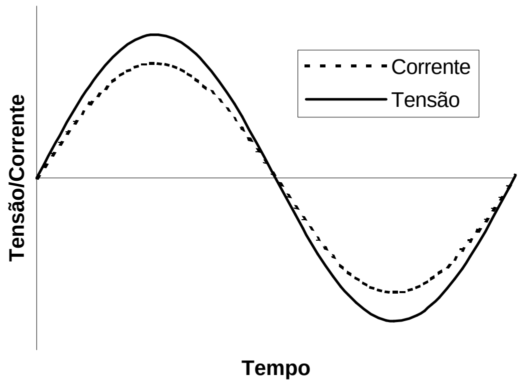

Figura 5: Fase entre a tensão e corrente sinusoidais numa resistência

Diz-se então que a tensão e a corrente nesse circuito estão **em fase**, isto é, estão sincronizadas uma com a outra.

Se tivermos:

$$u = U_m.\sin(\omega t)$$

a corrente, em qualquer instante de tempo, será:

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R}.\sin(wt) = I_m.\sin(wt)$$

Se representarmos estas duas grandezas vectorialmente, teremos dois vectores colineares:

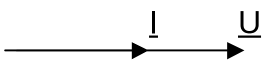

Figura 6: Vectores tensão e corrente numa resistência

3.2. Circuitos com Indutâncias (Bobinas)

Tal como vimos nas noções de electromagnetismo, numa bobina, quando a corrente varia, é auto-induzida uma f.e.m. (pela Lei de Lenz, contrária à causa que lhe deu origem). Esta força (contra) electromotriz expressa-se pela seguinte forma:

$$e = -L\frac{\partial i}{\partial t}$$

em que L é o coeficiente de auto-indução da bobina. Conclui-se então que, numa bobina, quando a corrente varia, a f.c.e.m. também varia. Se supusermos que a corrente instantânea se expressa pela seguinte equação:

$$i = I_m.\sin(\omega t)$$

a tensão aos terminais da bobina será:

$$u = -e = L\frac{\partial i}{\partial t} = L\frac{\partial\left(I_m.\sin(wt)\right)}{\partial t} = I_m.w.L.\cos(wt) = I_m.w.L.\sin(wt + 90^{o})$$

Verificamos então que existe um **desfasamento de 90º** entre a corrente que percorre uma bobina e a tensão aos terminais dessa bobina:

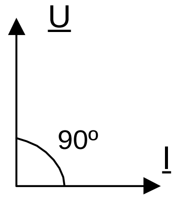

Figura 7: Vectores tensão e corrente numa bobina

Em termos de representação temporal, teremos:

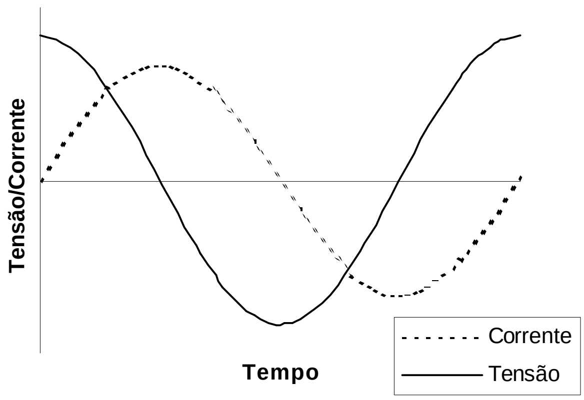

Figura 8: Fase entre a tensão e corrente sinusoidais numa bobina

Reparando na *Figura 8*, podemos observar que quando a corrente se anula (inclinação máxima), a tensão é máxima (negativa ou negativa) e que quando a corrente atinge os seus máximos negativos ou positivos (inclinação nula), a tensão anula-se.

À razão entre o valor máximo da tensão (U_m) e o valor máximo da corrente (I_m) numa bobina, igual a ω.L, dá-se o nome de **reactância indutiva** (**X_L**):

$$X_L = \omega.L = 2\pi.f.L$$

A reactância indutiva mede-se em *ohms* e representa a maior ou menor oposição (resistência) de uma bobina à passagem da corrente alternada. Ao contrário do que acontece numa resistência, esta oposição varia com a frequência do sinal. Quanto maior a frequência, maior será a reactância indutiva, implicando uma maior oposição à passagem da corrente. Para a frequência nula, a reactância indutiva será também nula, correspondendo a bobina a um curto-circuito. Para frequência infinita, a reactância indutiva será também infinita, correspondendo a bobina a um circuito aberto.

Exemplo:

Uma f.e.m. de 10 V de valor eficaz e 50 Hz de frequência é aplicada a uma bobina de 0.1 H. Determine a reactância indutiva da bobina e a corrente que a percorre.

Resolução:

Para a reactância indutiva,

$$X_L = \omega.L = 2\pi.f.L = 2\pi \text{ x } 50 \text{ x } 0.1$$

$$X_L \approx 31\ \Omega$$

A corrente terá o valor (eficaz) de

$$I = E\ /\ X_L = 10\ /\ (2\pi \text{ x } 50 \text{ x } 0.1) = 1\ /\ (2\pi) \approx 0.16 \text{ A}$$

3.3. Impedância Indutiva (Bobina + Resistência)

Como nenhuma bobina tem resistência nula (nem nenhuma resistência tem indutância nula), podemos representar uma bobina real como uma bobina ideal (indutância pura - **L**) em série com uma resistência ideal (puramente resistiva - **R**):

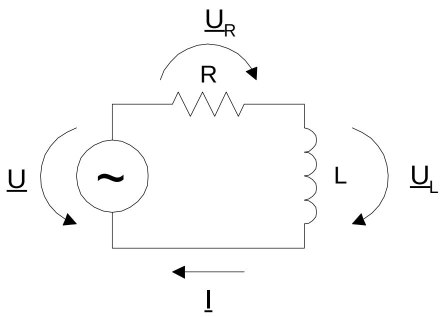

Figura 9: Circuito com impedância indutiva

Do que vem de trás, podemos dizer que:

- A tensão $\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}}$ na resistência R está em **fase** (**0º**) com a corrente $\underline{\mathbf{I}}$
- A tensão $\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{L}}$ na bobina L está em **quadratura** (**90º**) com a corrente $\underline{\mathbf{I}}$

Aplicando a *Lei de Kirchoff* das malhas ao circuito da *Figura 9*, fica:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L$$

Podemos representar esta relação em termos vectoriais da seguinte forma:

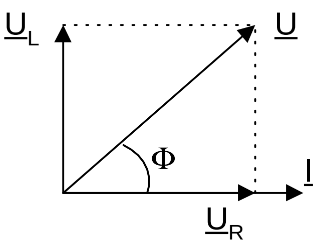

Figura 10: Vectores tensão e corrente em circuito com impedância indutiva

Em termos temporais, temos a adição de duas sinusóides desfasadas de 90º:

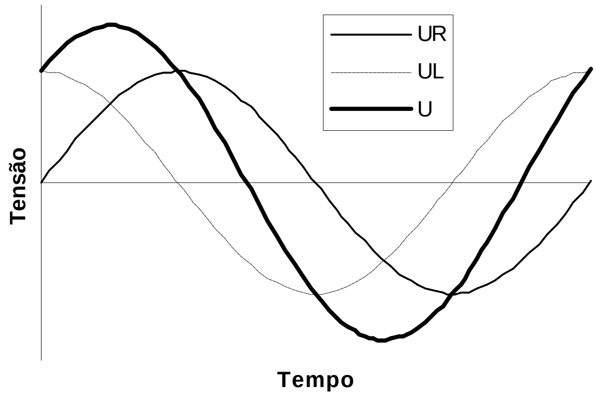

Figura 11: Fase entre a tensão e corrente sinusoidais numa impedância indutiva

Obviamente que a amplitude de **U**, pelo *Teorema de Pitágoras*:

$$U = \sqrt{\left(U_R^2 + U_L^2\right)}$$

Mas, sabemos que

$$U_R = R.I \text{ e } U_L = X_L.I$$

Define-se então impedância **Z** como a divisão da tensão **U** pela corrente **I**:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

Como a corrente **I** tem fase nula, pode desenhar-se um triângulo de vectores para a impedância **Z**, reactância indutiva **X_L** e resistência **R**, similar ao triângulo de tensões:

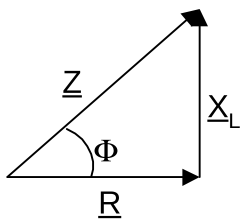

Figura 12: Triângulo de impedância em circuito com impedância indutiva

Obviamente que o módulo de **Z**, será:

$$Z = \sqrt{\left(R^2 + X_L^2\right)}$$

O ângulo Φ é o mesmo que o ângulo entre a tensão na resistência (**U_R**) e a tensão total (**U**), e pode calcular-se através de, por exemplo:

$$\Phi = \arccos(R / Z) \text{ ou } \Phi = \arctan(X_L / R)$$

Exemplo:

Uma bobina de indutância 0.1 H e resistência 80 Ω é ligada a uma fonte de alimentação de 100 V, 600 Hz. Calcular a impedância do circuito e a corrente fornecida pela fonte. Qual o desfasamento entre a tensão e a corrente totais?

Resolução:

A reactância indutiva,

$X_L = \omega.L = 2\pi.f.L = 2\pi \text{ x } 600 \text{ x } 0.1$

$X_L \approx 377\ \Omega$

Se R = 80 Ω, a impedância será de:

$Z = \sqrt{(80^2 + 377^2)} \approx 385\ \Omega$

A corrente calcula-se pela *Lei de Ohm*:

$I = U / Z = 100 / 385 \approx 0.26 \text{ A}$

Para calcular o desfasamento, sabemos que

$\Phi = \arctan (X_L / R) = \arctan (377 / 80) \approx 78^o$

Nota:

Se considerarmos a corrente como a origem das fases, poderemos escrever as expressões da corrente e da tensão em função do tempo da seguinte maneira:

$i = I_m.\sin(wt) = \sqrt{2} \text{ x I x } \sin(wt) = 0.26 \text{ x } \sqrt{2} \sin(1200\pi.t)$

$u = U_m.\sin(wt + \Phi) = \sqrt{2} \text{ x U x } \sin(wt + \Phi) = 100 \text{ x } \sqrt{2} \sin(1200\pi.t + 78^o)$

3.4. Circuitos com Capacitâncias (Condensadores)

Tal como vimos na referência ao campo eléctrico, a carga num condensador é dada, em qualquer instante de tempo por:

$$Q = C.U$$

Dado que a corrente é definida como a passagem de carga eléctrica, por unidade de tempo:

$$I = \P Q / \P t$$

então, a relação entre a tensão e a corrente, num condensador de capacidade C é

$$I = C.\frac{\P U}{\P t}$$

Tal como nas bobinas, conclui-se então que, num condensador, quando a tensão varia, a corrente também varia. Se supusermos que a tensão instantânea se expressa pela seguinte equação:

$$u = U_m.\sin(\omega t)$$

a corrente que atravessa o condensador será:

$$i = C\frac{\P u}{\P t} = C\frac{\P\left(U_m.\sin(wt)\right)}{\P t} = U_m.w.C.\cos(wt) = U_m.w.C.\sin(wt + 90^o)$$

Verificamos então também existe um **desfasamento de 90º** entre a corrente que percorre o condensador e a tensão aos terminais desse condensador, só que agora, quem "vai à frente" é a corrente:

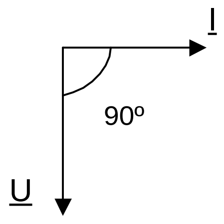

Figura 13: Vectores tensão e corrente num condensador

Em termos de representação temporal, teremos:

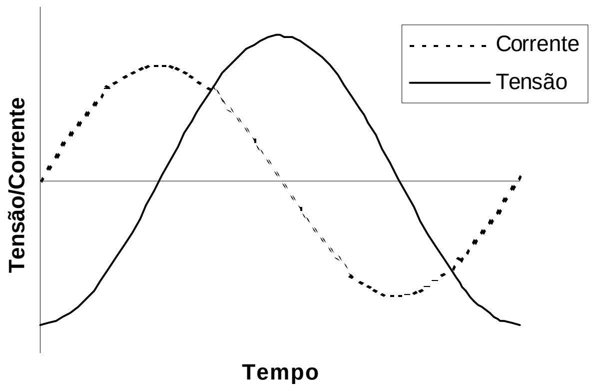

Figura 14: Fase entre a tensão e corrente sinusoidais num condensador

A figura anterior permite observar que quando a tensão se anula (inclinação máxima), a corrente é máxima (negativa ou negativa) e que quando a tensão atinge os seus máximos negativos ou positivos (inclinação nula), a corrente anula-se.

À razão entre o valor máximo da tensão (U_m) e o valor máximo da corrente (I_m) num condensador, igual a $1/(\omega.L)$, dá-se o nome de **reactância capacitiva** (**X_C**):

$$X_C = 1 \ / \ (\omega.C) = 1 \ / \ (2\pi.f.C)$$

A reactância capacitiva mede-se em *ohms* e representa a maior ou menor oposição (resistência) de um condensador à passagem da corrente alternada. Tal como o caso das indutâncias, esta oposição varia com a frequência do sinal. Quanto menor a frequência, maior será a reactância capacitiva, implicando uma maior oposição à passagem da corrente. Para a frequência nula (CC), a reactância capacitiva será infinita, correspondendo o condensador a um circuito aberto. Para frequência infinita, a reactância capacitiva será nula, comportando-se o condensador como um curto-circuito.

Exemplo:

Calcule a reactância de um condensador de capacidade 1μF, quando ligado num circuito à frequência de:

a) 100 Hz

b) 5000 Hz

Que corrente fluiria no circuito em cada um dos casos, se a tensão fosse de 10 V?

Resolução:

A reactância capacitiva será,

a) $X_C = 1 / (\omega.C) = 1 / 2\pi.f.C = 1 / (2\pi \times 100 \times 10^{-6}) \approx 1590\ \Omega$

b) $X_C = 1 / (\omega.C) = 1 / 2\pi.f.C = 1 / (2\pi \times 5000 \times 10^{-6}) \approx 31.8\ \Omega$

A corrente terá o valor (eficaz) de

a) $I = E / X_C = 10 / 1590 \approx 6.3$ mA

b) $I = E / X_C = 10 / 31.8 \approx 314$ mA

3.5. Impedância Capacitiva (Condensador + Resistência)

Importa agora verificar o comportamento de um circuito com um condensador (**C**) em série com uma resistência (**R**):

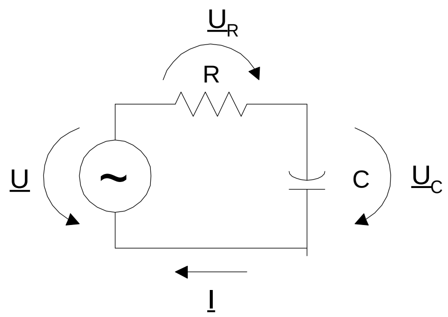

Figura 15: Circuito com impedância capacitiva

Podemos dizer que:

- A tensão $\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}}$ na resistência **R** está em **fase** (**0º**) com a corrente $\underline{\mathbf{I}}$
- A tensão $\underline{\mathbf{U}}_{\mathbf{C}}$ no condensador **C** está em **quadratura** (**90º**) com a corrente $\underline{\mathbf{I}}$

Aplicando a Lei de Kirchoff das malhas ao circuito da *Figura 15*, fica:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C$$

Podemos representar esta relação em termos vectoriais da seguinte forma:

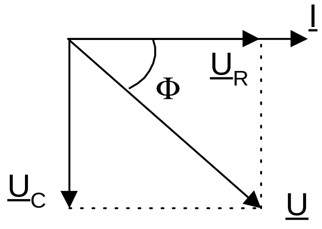

Figura 16: Vectores tensão e corrente em circuito com impedância capacitiva

Em termos temporais, temos a adição de duas sinusóides desfasadas de 90º:

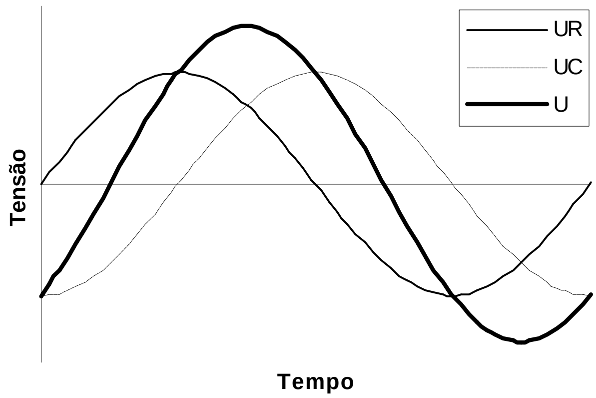

Figura 17: Fase entre a tensão e corrente sinusoidais numa impedância capacitiva

Tal como para o caso indutivo, pode calcular-se a amplitude de **U** pelo *Teorema de Pitágoras*:

$$U = \sqrt{\left(U_R^2 + U_C^2\right)}$$

Mas, sabemos que

$$U_R = R.I \text{ e } U_C = X_C.I$$

A impedância total do circuito **Z** será:

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$$

Considerando a tensão **U** com fase nula, pode desenhar-se um triângulo de vectores para a impedância **Z**, reactância capacitiva **X**$_C$ e resistência **R**, similar ao triângulo de tensões:

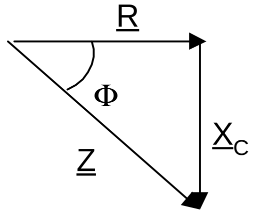

Figura 18: Triângulo de impedância em circuito com impedância capacitiva

O módulo de **Z** será portanto:

$$Z = \sqrt{\left(R^2 + X_C^2\right)}$$

O ângulo Φ é o mesmo que o ângulo entre a tensão na resistência (**$\underline{U_R}$**) e a tensão total (**$\underline{U}$**), e pode calcular-se através de, por exemplo:

$$\Phi = \arccos(R / Z) \text{ ou } \Phi = \arctan(X_C / R)$$

Exemplo:

Liga-se uma resistência de 40 Ω em série com um condensador de 50 μF, ambos alimentados por 110 V. Se a corrente no circuito for de 2 A, qual a frequência da fonte de alimentação? Qual a tensão no condensador e na resistência?

Resolução:

Se para uma tensão aplicada de 110 V, a corrente que flui no circuito é de 2 A, a impedância pode ser calculada:

$$Z = 110 / 2 = 55\ \Omega$$

Agora, se

$$Z = \sqrt{(R^2 + X_C^2)}$$

então

$$X_C = \sqrt{(Z^2 - R^2)} = \sqrt{(55^2 - 40^2)} \approx 37.75\ \Omega$$

Para calcular a frequência, sabemos que

$$X_C = 1 / (2\pi f C) \Leftrightarrow$$

$$f = 1 / (2\pi C X_C) \Leftrightarrow$$

$$f \approx 10^6 / (2\pi \text{ x } 50 \text{ x } 37.75) \approx 84.3 \text{ Hz}$$

As tensões aos terminais dos elementos são

$$U_R = R.I = 2 \text{ x } 40 = 80 \text{ V}$$

$$U_C = X_C.I \approx 2 \text{ x } 37.75 \approx 75.5 \text{ V}$$

Para confirmar estes resultados, podemos verificar se a soma de dois vectores perpendiculares de amplitudes 80 V e 75.5 V resulta num vector com amplitude de 110 V, isto é:

$$U = \sqrt{(U_R^2 + U_C^2)}$$

$$U = \sqrt{(80^2 + 75.5^2)} \approx 110 \text{ V}$$

Confirma-se portanto o resultado.

3.6. Circuito RLC Série (Resistência + Indutância + Condensador)

Consideremos um circuito com resistência, reactância indutiva e capacitiva (*Figura 19*). Na prática, todos os circuitos têm estes elementos. Embora alguns dos respectivos valores possam ser muito pequenos em relação aos outros e portanto desprezáveis. De facto, há sempre fenómenos indutivos e capacitivos inerentes a um circuito, ainda que possam ser pouco intensos (por exemplo, o problema dos parâmetros distribuídos em qualquer linha de transporte de energia eléctrica).

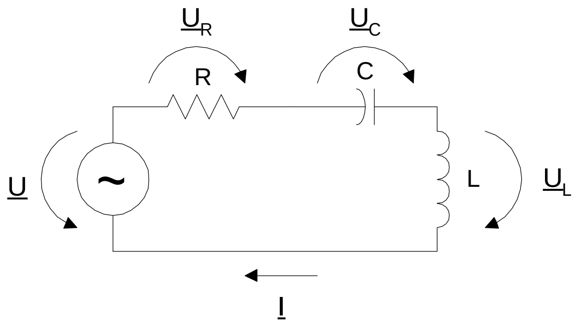

Figura 19: Circuito RLC série

A resistência R poderá incluir a resistência de outros elementos, como por exemplo a da bobina.

Pela Lei das Malhas sabemos que:

$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_C + \underline{U}_L$$

Devemos distinguir três situações diferentes:

1ª Situação

$$U_L > U_C \ (X_L > X_C) \rightarrow \textbf{Circuito Indutivo}$$

Em termos vectoriais:

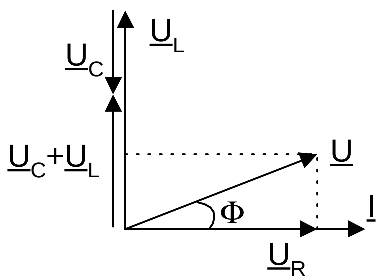

Figura 20: Vectores tensão e corrente em circuito RLC indutivo

2ª Situação

$U_L < U_C$ ($X_L < X_C$) $\rightarrow$ **Circuito Capacitivo**

Em termos vectoriais:

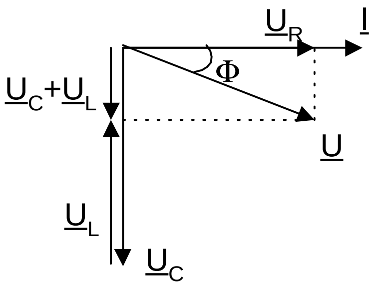

Figura 21: Vectores tensão e corrente em circuito RLC capacitivo

3ª Situação

$U_L = U_C$ ($X_L = X_C$) $\rightarrow$ **Circuito em Ressonância**

Em termos vectoriais:

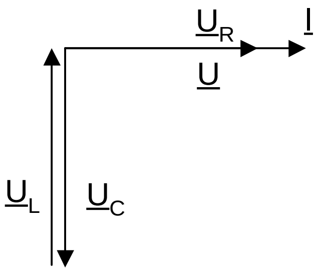

Figura 22: Vectores tensão e corrente em circuito RLC em ressonância

Como pode ser observado, as tensões no capacitância e na indutância anulam-se mutuamente. Esta situação (de ressonância) deve ser evitada, pois podem produzir-se sobretensões elevadas, perigosas para pessoas e instalações (danificação de isolamentos nas máquinas eléctricas, por exemplo). No entanto, existem casos em que a ressonância é utilizada.

Para cada circuito RLC há uma frequência da tensão aplicada que o leva à ressonância. A frequência para a qual $X_L = X_C$ denomina-se de frequência de ressonância - $\mathbf{f_r}$ e pode ser calculada da seguinte maneira:

$$X_L = X_C \Leftrightarrow 2pf_r L = \frac{1}{2pf_r C} \Rightarrow$$

$$f_r = \frac{1}{2p\sqrt{LC}}$$

Exemplo:

Considere um circuito RLC série com R = 100 Ω, L = 0.5 H e C = 10 μF.

a) Determine a frequência de ressonância do circuito

b) Calcule U_L e U_C para uma f.e.m. aplicada de 200 V, à frequência de ressonância

Resolução:

a) $f_r = 1 / (2\pi\sqrt{(LC)}) \approx 1 / 6.28 \sqrt{(0.5 \times 10 \times 10^{-6})} \approx 74.1$ Hz

b) Como as reactâncias indutiva e capacitiva se anulam, à frequência de ressonância,

$$I = U / Z = U / R = 200 / 100 = 2 \text{ A}$$

Para calcular as tensões aos terminais dos elementos reactivos,

$$X_C = X_L = 2\pi f_r L \approx 2\pi \times 74.1 \times 0.5 \approx 224.2 \ \Omega$$

e então

$$U_C = U_L = X_L I \approx 224.2 \times 2 = 448.4 \text{ V}$$

Como verificamos, a tensão aos terminais da indutância e da capacitância é mais do dobro da f.e.m. aplicada ao circuito (200 V). Podem portanto surgir sobretensões indesejáveis ao bom funcionamento dos circuitos.

3.7. Circuito RLC Paralelo (Resistência + Indutância + Condensador)

Consideremos um circuito com resistência, reactância indutiva e capacitiva ligados em paralelo (*Figura 19*). Na prática, todos os circuitos têm estes elementos. Embora alguns dos respectivos valores possam ser muito pequenos em relação aos outros e portanto desprezáveis. De facto, há sempre fenómenos indutivos e capacitivos inerentes a um circuito, ainda que possam ser pouco intensos (por exemplo, o problema dos parâmetros distribuídos em qualquer linha de transporte de energia eléctrica).

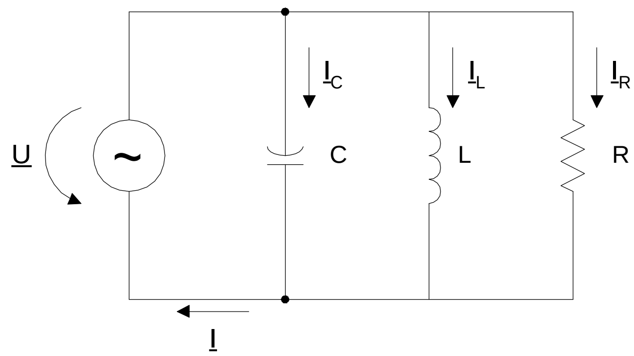

Figura 23: Circuito RLC paralelo

Consideramos, neste caso, que todos os elementos são "puros".

Pela Lei dos Nós sabemos que:

$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_C + \underline{I}_L$$

Comparando com o caso da série RLC, agora devemos considerar um triângulo de correntes formado pelos vectores de cada uma das correntes:

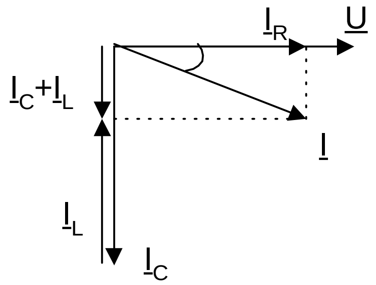

Figura 24: Triângulo de correntes em circuito RLC paralelo

Em termos algébricos (e porque os elementos são puros), podemos escrever:

$$I^2 = I_R^2 + (I_C - I_L)^2 \Rightarrow$$

$$I = \sqrt{(I_R^2 + (I_C - I_L)^2)}$$

e

$$\cos \Phi = \frac{I_R}{I}$$

O módulo da impedância total do circuito obtém-se por

$$Z = \frac{U}{I}$$

Tal como no circuito RLC série, distinguem-se três casos particulares:

$I_L > I_C$ $(X_L < X_C) \rightarrow$ **Circuito Indutivo**

$I_L < I_C$ $(X_L > X_C) \rightarrow$ **Circuito Capacitivo**

$I_L = I_C$ $(X_L = X_C) \rightarrow$ **Circuito em Ressonância**

Analogamente ao que acontecia com as tensões no circuito RLC série em ressonância, aqui são as correntes na capacitância e na indutância que se anulam mutuamente. Enquanto que no circuito RLC série poderiam aparecer sobretensões, no circuito RLC paralelo são as correntes que podem ser demasiado elevadas

Dado que a ressonância ocorre quando $X_L = X_C$, a frequência de ressonância - $\mathbf{f_r}$ é calculada da mesma maneira que no caso do circuito RLC série:

$$f_r = \frac{1}{2p\sqrt{LC}}$$

3.8. Comentário Sobre Análise de Circuitos em Corrente Alternada

O estudo de circuitos eléctricos de CA é feito a partir das mesmas leis gerais estudadas para o caso de CC. Assim, num circuito de CA verifica-se que em qualquer instante a soma algébrica das diferenças de potencial ao longo de uma malha é nula (Lei das Malhas de Kirchoff) e a soma algébrica das correntes num nó é também nula (Lei dos Nós de Kirchoff).

No entanto, como no caso da CA as tensões e as correntes são variáveis, a análise de circuitos em CA tornar-se-ia extremamente complexa se trabalhássemos no domínio dos tempos ou com a representação gráfica de vectores (tal como temos estado a trabalhar). Para simplificar esta análise existe a ***Transformada de Steinmetz***, que permite o estudo do comportamento dos circuitos de uma forma mais simplificada. A utilização desta transformada torna-se fundamental quando analisamos circuitos com associações mais complexas de elementos (resistências, indutâncias e condensadores).

Tal como outras transformadas (Fourier, Laplace, Z, etc.), as grandezas são transformadas para o domínio de Steinmetz (complexo), onde são efectuadas todas as operações necessárias para a resolução do circuito (adições, multiplicações, etc.), de um modo muito mais simples. Um caso muito simples da utilização de uma transformada é o da Régua de Cálculo, que era utilizada antigamente, antes de aparecerem as máquinas calculadoras, para executar operações de multiplicação, divisão e exponenciação. Operações de multiplicação, por exemplo, podem converter-se para o "domínio logarítmico" transformando-se em operações de soma, pois, por exemplo: A x B = alog (log A + log B).

Não parece ser relevante o estudo pormenorizado dos circuitos em CA no âmbito de um Bacharelato em Engenharia Mecânica de Transportes. Por esta razão, fica aqui feito o comentário para que quem eventualmente tiver necessidade de trabalhar com estes circuitos, o possa fazer, recorrendo à Transformada de Steinmetz, que poderá estudar em qualquer livro ou sebenta nesta área (Análise de Circuitos Eléctricos em Corrente Alternada, Teoria de Electricidade, Teoria dos Circuitos, etc.).

4. Potências Instantânea, Activa, Reactiva e Aparente

4.1. Potência Instantânea

Considere-se um circuito ao qual se aplicou uma tensão

$$u = U_m.\sin(\omega t)$$

e que é percorrido pela corrente

$$i = I_m.\sin(\omega t + \Phi)$$

A potência dissipada em cada instante - **potência instantânea** - é igual ao produto de **u** por **i**.

Vamos apresentar o gráfico da potência instantânea **p** para cada tipo de circuito. Assim, para cada instante, multiplicam-se os valores respectivos de **u** e **i**, entrando em linha de conta com o sinal algébrico correspondente ao sentido das grandezas.

Supondo que os valores máximos da tensão e da corrente são:

$$U_m = 1.5 \text{ V e } I_m = 1 \text{ A}$$

podemos representar graficamente as grandezas corrente, tensão e potência em função do tempo:

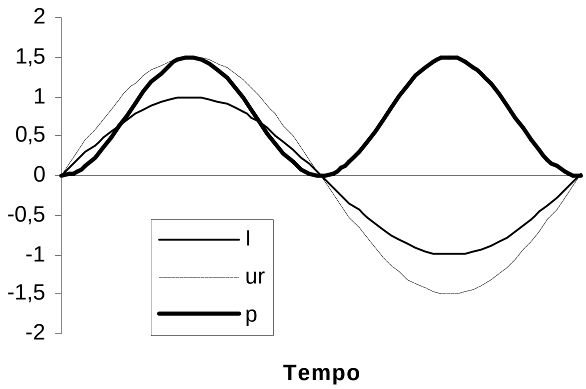

Figura 25: Potência, tensão e corrente numa resistência

O facto de a potência **p** ser sempre positiva significa que o circuito está a receber energia, estando neste caso a ser consumida na resistência.

4.2. Potência Activa

Há instantes em que a potência se anula, significando que a resistência não recebe potência e outros instantes em que a potência atinge o máximo. Na prática, apenas nos interessa o **valor médio** dessa potência (**P**), que corresponde no gráfico da *Figura 25* ao valor médio da sinusóide de **p**:

$$P = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{\sqrt{2}U.\sqrt{2}I}{2} = \frac{2UI}{2} = UI$$

No exemplo anterior,

$$P = \frac{U_m I_m}{2} = \frac{1 \times 1.5}{2} = 0.75 \text{ W}$$

Esta potência média é a **potência activa** medida pelos **Wattímetros** (aparelhos de medida de potência). A sua expressão geral é:

$$\mathbf{P = RI^2 = UI.cos\ (\Phi)}$$

em que Φ é o ângulo entre a tensão e a corrente (no caso da resistência, Φ = 0º e cos 90º = 1).

4.3. Potência Reactiva

Podemos também traçar o gráfico da potência instantânea para uma indutância pura, considerando os mesmos valores máximos para a tensão e corrente:

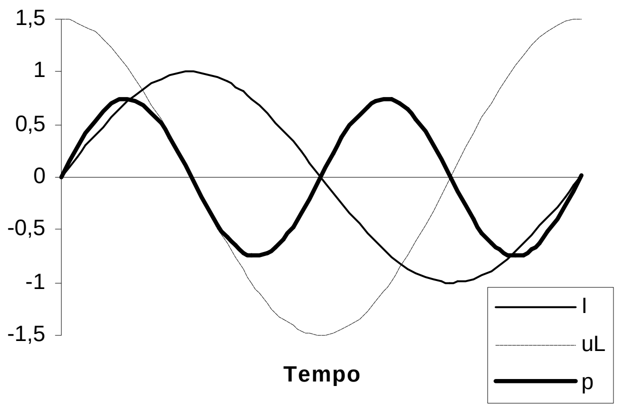

Figura 26: Potência, tensão e corrente numa indutância

Note-se que a potência instantânea **p é alternadamente positiva e negativa**, com uma **frequência dupla** da tensão e corrente existentes na indutância.

Se a potência instantânea de um receptor é **positiva**, ele **consome energia** da fonte de alimentação. Nas alturas em que essa potência é **negativa**, esse receptor **fornece energia** à fonte de alimentação.

No caso da indutância, esta recebe e fornece energia, alternadamente, sendo a média nula, isto é, a energia recebida é igual à energia devolvida, pelo que não é dissipada.

Se ligarmos um **Wattímetro** para medir a potência activa, ele indica potência nula - **P = 0 W**.

Apesar de não ser consumida, esta energia circula no circuito traduzindo-se numa corrente eléctrica. A potência correspondente a esta energia oscilante designa-se por **Potência Reactiva** e representa-se por **Q**.

Para uma indutância pura, **Q** pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$Q = X_L I^2$$

No caso geral, para determinarmos a potência aparente de um elemento ou circuito, utilizamos a seguinte expressão:

$$\mathbf{Q = UI.sin\ (\Phi)}$$

em que **U** e **I** são a tensão e corrente nesse elemento ou circuito e Φ é o ângulo entre tensão e corrente. No caso da indutância pura, esse ângulo é de 90º (sin 90º = 1). A potência reactiva pode medir-se por intermédio de **Varímetros** e a sua unidade é o **Volt-Ampère Reactivo - VAr**.

4.4. Potência Aparente

À potência que aparentemente se consome num dado circuito CA, atendendo à tensão e à intensidade da corrente que o percorre chama-se **Potência Aparente**. Esta potência representa-se por **S**, mede-se em **Volt-Ampère - VA** e pode ser determinada pela expressão:

$$\mathbf{S = UI}$$

Em termos vectoriais, podemos representar o chamado triângulo de potências (caso indutivo):

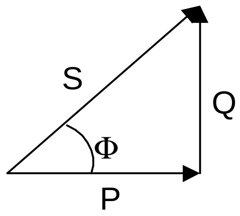

Figura 27: Triângulo de Potências

Podemos então relacionar o módulo das três potências da seguinte maneira:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Exemplo:

Dois motores M_1 e M_2 estão ligados em paralelo sob uma tensão de 220 V, 50 Hz. Sabendo as correntes que estes absorvem e os respectivos factores de potência:

$I_1 = 20$ A, $\cos \Phi_1 = 0.8$

$I_2 = 30$ A, $\cos \Phi_2 = 0.7$

Calcule a corrente total e o factor de potência total.

Resolução:

Sabemos que

$P_1 = U.I_1.\cos \Phi_1 = 220 \times 20 \times 0.8 = 3.52$ KW

$P_2 = U.I_2.\cos \Phi_2 = 220 \times 30 \times 0.7 = 4.62$ KW

$Q_1 = P_1.\mathrm{tg}\, \Phi_1 = 3.52 \times 10^3 \times 0.75 = 2.64$ KVAr

$Q_2 = P_2.\mathrm{tg}\, \Phi_2 = 4.62 \times 10^3 \times 1.02 = 4.71$ KVAr

As potências totais do conjunto dos dois motores será:

$P = P_1 + P_2 = 3.52 + 4.62 = 8.14$ KW

$Q = Q_1 + Q_2 = 2.64 + 4.71 = 7.35$ KVAr

Podemos determinar a potência aparente S, através de

$S = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = \sqrt{(8.14^2 + 7.35^2)} \approx 10.97$ KVA

O módulo da corrente total será:

$I = S / U = 10970 / 220 \approx 48.86$ A

O factor de potência do conjunto é:

$\cos \Phi = P / S = 8.14 / 10.97 = 0.74$

5. Compensação do Factor de Potência

5.1. Inconvenientes da Potência / Energia Reactiva

Embora só a potência activa seja consumida, também a potência reactiva representa um gasto para quem gera, transporta e distribui a energia, pois já vimos que as perdas (*Efeito de Joule*) dependem da intensidade de corrente que percorre os condutores. Desta forma, ao fornecedor de energia interessa que não existam potências a oscilar na rede (reactivas).

Interessa portanto que a potência activa **P** seja o mais próxima possível da potência aparente **S**. Se dividirmos **P** por **S**, ficamos com:

$$\frac{P}{S} = \frac{UI\cos\Phi}{UI} = \cos\Phi$$

A esta relação entre a potência activa **P** e a potência aparente **S** chama-se **factor de potência**.

Exemplo:

Considere duas fábricas que consomem a mesma potência activa P = 1 MW com idêntica tensão U = 10 KV, mas com factores de potência diferentes: $\cos\Phi_1 = 1$ e $\cos\Phi_2 = 0.4$.

Sendo $P = UI\cos\Phi$, temos:

$I_1 = P_1 / (U\cos\Phi_1) = 10^6 / (10^4 \times 1) = 100$ A

$I_2 = P_2 / (U\cos\Phi_2) = 10^6 / (10^4 \times 0.4) = 250$ A

Para a mesma potência, a segunda instalação absorve uma corrente duas vezes e meia superior à primeira. Este excesso de corrente traduz a circulação de energia reactiva que não é consumida, mas que se traduz numa corrente indesejável que ocupa a rede.

A existência de factores de potência inferiores a 1 nas instalações industriais deve-se aos receptores indutivos, maioritariamente motores eléctricos (mas também outros, tais como lâmpadas fluorescentes), que são constituídos internamente por bobinas (indutâncias). Normalmente não existem receptores capacitivos.

Podem enunciar-se alguns **inconvenientes da existência de energia reactiva** nas instalações eléctricas:

- Para o **produtor** de energia

  Um alternador (gerador de CA utilizado nas centrais produtoras) é principalmente caracterizado pela sua tensão U e pela máxima intensidade de corrente I (condicionada pela secção dos condutores das suas bobinas), isto é, pela sua potência aparente S = UI. Podemos desde já concluir que, estando o alternador a debitar a sua corrente máxima, a potência activa P que ele está a produzir dependerá do cos Φ da instalação consumidora. Assim, se os utilizadores tiverem um baixo cos Φ implica que, para uma certa potência (activa) a fornecer, o alternador terá de ser construído para uma potência superior sendo, portanto, de maior volume e preço.

  O transformador elevador de tensão e toda a aparelhagem necessária (corte, seccionamento, protecção) têm de ser dimensionados para maiores intensidades.

Temos assim que o produtor de energia exigirá que os utilizadores elevem o factor de potência das suas instalações ou que paguem uma quantia consoante a energia reactiva que circula.

- Para o **transportador** e **distribuidor** de energia

  Se uma linha, dimensionada para uma certa potência aparente ($S = UI$), vai alimentar instalações com factores de potência baixos, implica que o investimento feito vai ser mal aproveitado, pois transportará energia activa (P) aquém da sua capacidade e, consequentemente, o consumidor receberá uma quantia baixa mesmo com a linha a plena carga ($I = I_{max}$).

  De modo análogo, a mesma linha poderia alimentar mais instalações, desde que para as mesmas potências activas os respectivos factores de potência fossem superiores.

  Quanto mais elevada é a intensidade de corrente que percorre uma linha, maiores são as perdas (quedas de tensão e *Efeito de Joule*), maior é o tamanho dos dispositivos de corte, seccionamento e protecção, assim como os transformadores abaixadores de tensão das subestações e dos postos de transformação.

- Para o **utilizador** de energia

  Ao utilizador (consumidor) também interessa que o factor de potência seja o mais próximo de 1 pois, caso contrário, por exemplo numa fábrica, o transformador abaixador terá de ter uma potência aparente (S) superior, sendo portanto mais caro.

  Para uma dada secção dos condutores de alimentação dos receptores, haverá maiores quedas de tensão e perdas de energia (que são contadas e pagas). Poder-se-à nessa situação aumentar a secção dos condutores, o que aumenta o custo da instalação.

  A aparelhagem de corte, seccionamento e protecção terá de suportar intensidades superiores.

  Se o factor de potência subir acima de um determinado limite, o consumidor será penalizado pelas entidades produtoras, transportadoras e distribuidoras, pagando o excesso de energia reactiva. No caso português (EDP), se a energia reactiva "consumida" exceder 3/5 da energia activa. Cada KVAk a mais será pago a uma taxa de 1/3 do custo do KWh. Temos portanto que

$$\frac{Q}{P} = tg\Phi \leq \frac{3}{5} \Rightarrow$$
$$\cos\Phi \geq 0.857 \Leftrightarrow$$
$$\Phi \leq 31^{o}$$

5.2. Compensação do Factor de Potência

Conseguir um alto factor de potência, o mais próximo possível de 1, é portanto uma vantagem para todos os intervenientes da Cadeia da Energia Eléctrica.

Em instalações de alguma dimensão, tais como fábricas, é **conveniente compensar baixos factores de potência**. Este “melhoramento” da instalação é vulgarmente efectuado recorrendo à utilização de **condensadores em paralelo com os receptores**, de modo a que a corrente “capacitiva” que neles circula vá anular (reduzir ao máximo) a corrente “indutiva” dos receptores:

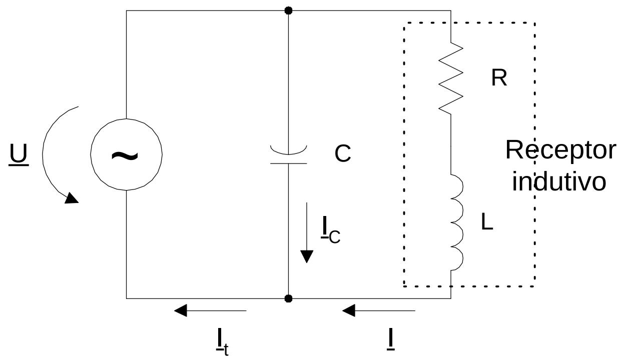

Figura 28: Compensação do factor de potência

Em termos vectoriais, fica:

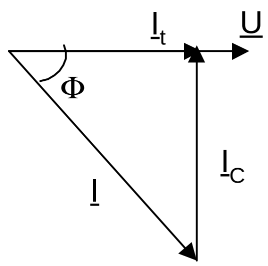

Figura 29: Vectores na compensação do factor de potência

Através da ligação em paralelo da capacidade adequada, conseguiu anular-se a componente indutiva da corrente, existindo apenas a componente activa (ângulo $\Phi = 0º$, $\cos\Phi = 1$).

Na prática não se tenta anular a componente indutiva dado que:

- A potência aparente está sempre a variar (a potência consumida pelos motores varia consoante a carga).
- Não é permitida a sobre-compensação de uma instalação (a instalação fica capacitiva) pois pode provocar o aparecimento de sobretensões nas linhas.

Para calcular a capacidade dos condensadores (podem ser vários associados em paralelo), vamos recorrer a um exemplo.

Exemplo:

Queremos elevar de 0.7 para 0.8 o factor de potência de uma instalação. Esta consome 50 KW a uma tensão de 220 V, 50 Hz. Calcular a capacidade a colocar em paralelo à entrada da instalação.

Resolução:

Considerando que:

> $\cos \Phi_i$ e Q_i representam, respectivamente, o factor de potência e a potência reactiva da instalação na situação inicial, antes de estar compensada
>
> $\cos \Phi_f$ e Q_f representam, respectivamente, o factor de potência e a potência reactiva da instalação na situação final, depois de compensada

Sabemos que

$$\cos \Phi_i = 0.7 \Rightarrow \mathrm{tg}\, \Phi_i = 1.02$$

$$\cos \Phi_f = 0.8 \Rightarrow \mathrm{tg}\, \Phi_f = 0.75$$

As potências reactivas são

Sem o condensador,

$$Q_i = P.\mathrm{tg}\, \Phi_i = 50 \times 10^3 \times 1.02 = 51 \text{ KVAr}$$

Com o condensador,

$$Q_f = P.\mathrm{tg}\, \Phi_f = 50 \times 10^3 \times 0.75 = 37.5 \text{ KVAr}$$

A potência reactiva que o condensador tem de ser capaz de trocar com a instalação é igual à diferença das potências atrás calculadas:

Sem o condensador,

$$Q_C = Q_i - Q_f = (51 - 37.5) \times 10^3 = 13.5 \text{ KVAr}$$

A capacidade do condensador que a uma tensão de 220 V, 50 Hz, produz uma potência reactiva de 13.5 KVAr pode ser calculada:

$$Q_C = X_C\, I_C^2 = X_C.(U \,/\, X_C)^2 \Leftrightarrow$$

$$C = Q_C \,/\, (w.U^2)$$

Então, para os valores do problema,

$$C \approx 13500 \,/\, (314 \times 220^2) \approx 888\ \mu F$$

A corrente absorvida pela instalação antes e depois da compensação é:

$$I_i = P \,/\, (U \cos \Phi_i) = 50000 \,/\, (220 \times 0.7) \approx 325 \text{ A}$$

$$I_f = P \,/\, (U \cos \Phi_f) = 50000 \,/\, (220 \times 0.8) \approx 284 \text{ A}$$

6. SISTEMAS TRIFÁSICOS

6.1. Sistemas Trifásicos *versus* Sistemas Monofásicos

Apresentam-se a seguir algumas vantagens dos sistemas trifásicos em relação aos monofásicos ([2]), a nível da sua produção, transporte e utilização:

- Considerando dois alternadores, um monofásico e outro trifásico, de igual volume e preço, o segundo tem uma potência aproximadamente 50% superior ao primeiro. Tal deve-se ao facto de haver um maior aproveitamento do perímetro do estator, isto é, há mais bobinas que são sede de f.e.ms. induzidas ([2]).
- O somatório da secção dos condutores necessários para transportar uma determinada potência é menor que nos sistemas monofásicos, em igualdade de condições de potência transportada, perdas e tensão nominal de transporte ([4]).
- Para transportar uma dada quantidade de energia bastam três (ou quatro, com neutro) fios em trifásico, enquanto em monofásico seriam necessários seis fios de igual secção (ou dois de secção tripla) ([2]).
- A capacidade dos sistemas trifásicos de produzir campos magnéticos girantes, permite a utilização dos motores assíncronos trifásicos, aparelhos simples, robustos e económicos que detêm a quase totalidade do mercado em tracção eléctrica industrial ([2], [4]).
- A partir de um sistema trifásico podem obter-se três sistemas monofásicos (tal como em nossas casas).

6.2. Produção - Alternador Trifásico

Descrevemos anteriormente a produção de corrente alternada sinusoidal por meio de um alternador. Na realidade, a maior parte dos alternadores geram tensões trifásicas, isto é, tem três bobinas idênticas e independentes, dispostas simetricamente no estator, formando ângulos de 120º entre si [(2]):

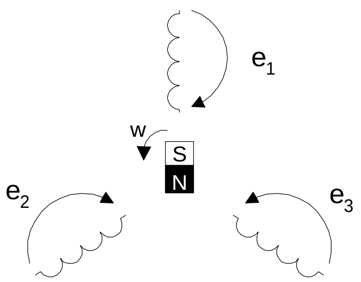

Figura 30: Produção de três f.e.ms. por meio de um alternador trifásico

Quando o rotor roda, induz-se em cada bobina uma f.e.m. alternada sinusoidal. Estas f.e.m. têm igual amplitude máxima e estão desfasadas de 120º umas das outras, ou seja, de 1/3 de período.

Estas grandezas podem representar-se em termos matemáticos como:

$$e_1 = E_m.\sin(\omega t)$$

$$e_2 = E_m.\sin(\omega t - 120^o)$$

$$e_3 = E_m.\sin(\omega t - 240^o)$$

Estas f.e.ms. (tensões) podem representar-se graficamente tal como na figura seguinte:

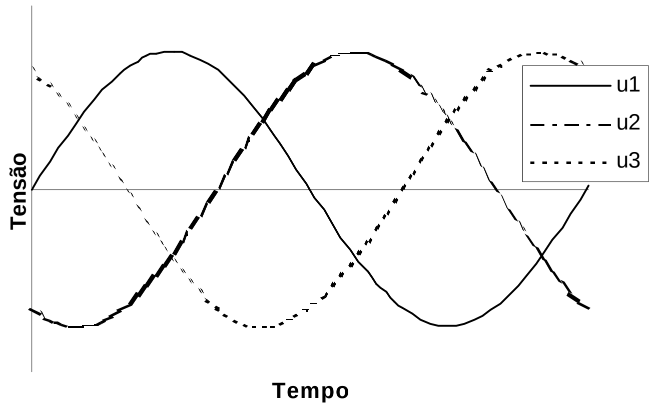

Figura 31: Tensão num sistema trifásico

Assim, este alternador designa-se por **Alternador Trifásico**, dado que produz três tensões alternadas com fases diferentes. O alternador que apenas produz uma tensão designa-se por **Alternador Monofásico**.

Tal como na corrente alternada monofásica, estas grandezas temporais podem representar-se vectorialmente:

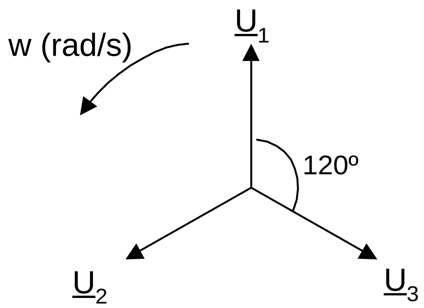

Figura 32: Vectores tensão num sistema trifásico

6.3. Sistema Equilibrado

Consideremos as três bobinas do alternador atrás descrito, a alimentarem três receptores idênticos (resistências, neste caso), um em cada fase:

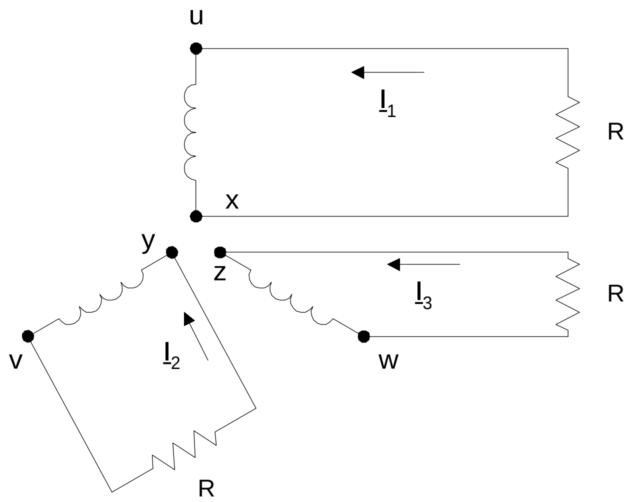

Figura 33: Alimentação independente de três receptores idênticos

Para alimentar independentemente três receptores, é portanto necessário utilizar seis fios. Se os três receptores tiverem a mesma impedância, estes são percorridos por três corrente $\underline{\mathbf{I}}_1$, $\underline{\mathbf{I}}_2$ e $\underline{\mathbf{I}}_3$, com idêntico valor eficaz mas desfasadas de 120º:

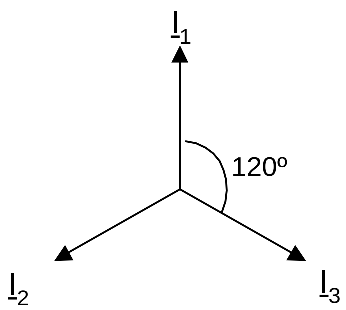

Figura 34: Vectores corrente num sistema trifásico equilibrado

Diz-se então que o sistema está **equilibrado**, pois a soma das três correntes é sempre nula (a soma de três vectores iguais e desfasados de 120º é um vector nulo.

6.4. Condutor Neutro

Se reunirmos os três terminais x, y, z, num único ponto **N**, chamado de **ponto neutro** e substituirmos os três condutores de retorno (vindos dos receptores) por um único condutor - **condutor neutro (**ou fio neutro), a corrente nesse condutor será nula:

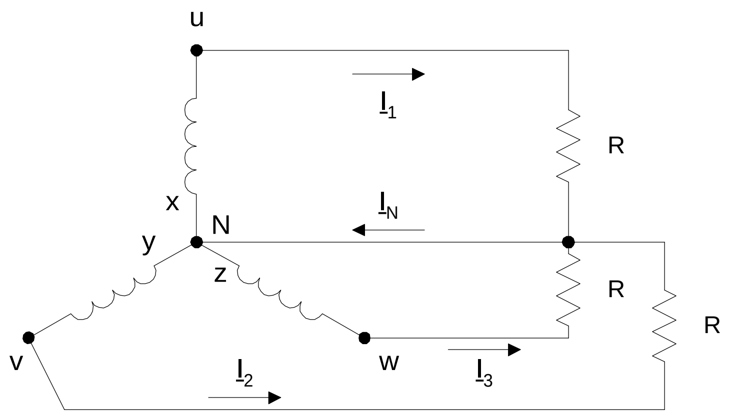

Figura 35: Sistema equilibrado de cargas com neutro (corrente no neutro é nula)

Pode desta forma distribuir-se a energia eléctrica por meio de **quatro** condutores, sendo **três** designados por **condutores de fase** (activos) ou simplesmente **fases**, em linguagem corrente. As três fases simbolizam-se normalmente pelas letras **R**, **S** e **T**. O condutor de neutro está normalmente ligado à terra, pelo que se encontra ao potencial zero:

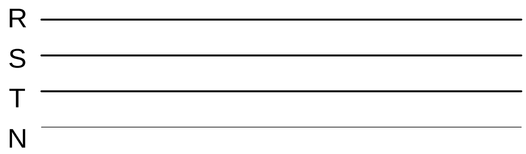

Figura 36: Transporte de energia eléctrica trifásica por meio de quatro condutores

6.5. Tensões Simples e Compostas

Num sistema trifásico existem diferentes tensões:

- **Tensões simples - U_s**

  Tensão entre cada condutor de fase e o neutro. Nas redes de distribuição de baixa tensão, aproximadamente 230 V.

- **Tensões compostas - U_c**

  Tensão entre dois condutores de fase. Nas redes de distribuição de baixa tensão, aproximadamente 400 V.

Na figura seguinte, $\mathbf{U_{RN}}$ é uma tensão simples e $\mathbf{U_{ST}}$ é uma tensão composta:

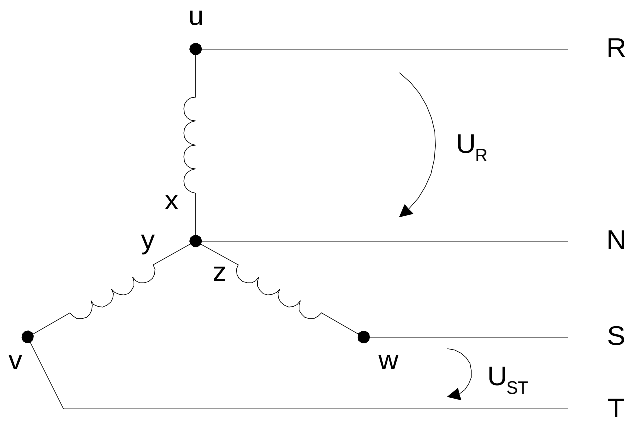

Figura 37: Tensões simples e compostas

Temos portanto três tensões simples e três tensões compostas distintas entre si:

- **Tensões simples:** $\mathbf{U_R}$, $\mathbf{U_S}$, $\mathbf{U_T}$
- **Tensões compostas:**

  Tensão entre a fase R e a fase S **-** $\mathbf{U_{RS} = U_R - U_S}$

  Tensão entre a fase S e a fase T **-** $\mathbf{U_{ST} = U_S - U_T}$

  Tensão entre a fase T e a fase R **-** $\mathbf{U_{TR} = U_T - U_R}$

Podemos também representar estas tensões em termos vectoriais:

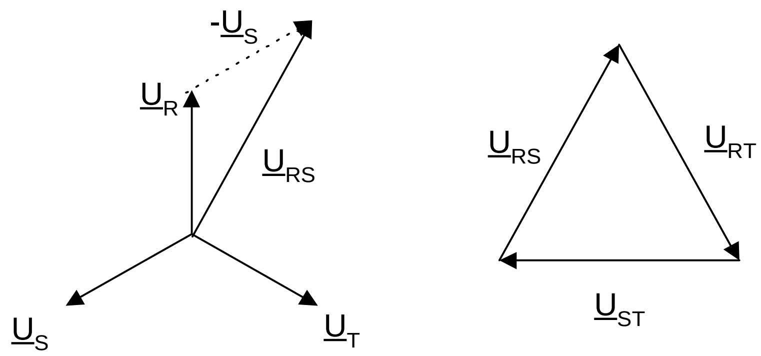

Figura 38: Representação vectorial das tensões simples e compostas

Demonstra-se que o comprimento dos vectores das tensões compostas é √3 vezes superior ao das tensões simples, isto é:

$$U_c = \sqrt{3}.U_s$$

De facto, para as redes de distribuição de baixa tensão, temos que

$$U_s \approx 230 \text{ V}$$

$$U_c \approx \sqrt{3}.230 \approx 400 \text{ V}$$

Nas redes de distribuição, normalmente, indicam-se as tensões do modo: 230/400 V.

Nas redes de **transporte de alta e média tensões**, apenas se indica o valor das tensões compostas. Assim, quando é indicado que uma linha tem tensões de **220 kV** ou **30 kV**, são os **valores eficazes de tensões compostas**.

6.6. Ligação de Receptores Trifásicos - Triângulo e Estrela

Os receptores trifásicos são formados por três elementos eléctricos (bobinas, resistências, etc.) que podem ser ligados de duas maneiras:

- Em **estrela - Y**
- Em **triângulo - Δ**

Na ligação de receptores **em estrela**, já considerada atrás, poderão ocorrer dois casos:

- Os receptores têm a mesma impedância - **sistema equilibrado**
- Os receptores têm impedâncias diferentes - **sistema desequilibrado**

Repare-se que num sistema em estrela equilibrado, o condutor neutro é dispensável (tal como foi referido atrás), isto é, ele pode ser retirado sem alteração do funcionamento dos receptores, já que a sua corrente é sempre nula. De facto, cada uma das linhas de fase faz de retorno em relação às outras duas.

Há motores trifásicos cujas bobinas estão ligadas em estrela. Assim, poder-se-ia (só idealmente, como vamos ver a seguir) alimentar o motor apenas com as três fases, dispensando-se o neutro.

No caso da **estrela desequilibrada**, o somatório das correntes nas fases não é nulo, sendo **indispensável a ligação no condutor de neutro**. Mesmo nos casos em que a **estrela é normalmente equilibrada, não se deve cortar o neutro**, dado que se faltar uma fase (por corte de um dispositivo de protecção, por exemplo) estabelece-se um desequilíbrio de tensões.

Um exemplo de um receptor trifásico desequilibrado e ligado em estrela é o fogão eléctrico. Este têm diversas resistências para o forno e para os discos. Estas resistências estão distribuídas pelas três fases, mas não têm todas o mesmo valor de resistência. Além disso, não estão sempre todas ligadas simultaneamente, pelo que é necessário levar o condutor de neutro ao aparelho. Assim, além dos três condutores de fase, temos ainda o condutor de neutro e o condutor de terra.

Saliente-se ainda que se pretende equilibrar ao máximo os sistemas trifásicos, de modo a que a corrente no condutor de neutro seja o menor possível. Uma menor corrente no neutro tem a vantagem de permitir a utilização de um condutor de menor secção, para as mesmas perdas energéticas. É por isso que o condutor de neutro é normalmente mais fino que os condutores de fase (caso das linhas de transporte de energia eléctrica com neutro).

Na ligação de receptores **em triângulo**, os receptores estão ligados entre as fases, tal como mostra a figura seguinte, para o caso de resistências:

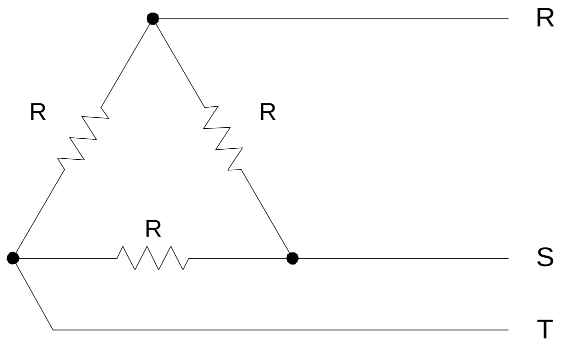

Figura 39: Ligação de receptores em triângulo

Tal como na ligação de receptores em estrela, na ligação em triângulo poderão ocorrer dois casos:

- Os receptores têm a mesma impedância - **sistema equilibrado**
- Os receptores têm a impedâncias diferentes - **sistema desequilibrado**

A corrente num receptor (de fase) pode ser calculada dividindo a tensão compostas aos seus terminais pela sua impedância.

As correntes de linha podem ser determinadas de duas maneiras, consoante o sistema está equilibrado ou não:

- Sistema equilibrado - as correntes nas linhas (R, S, T) são **√3 vezes superiores** às correntes nos receptores (correntes de fase).
- Sistema desequilibrado - as correntes nas linhas são determinadas em termos vectoriais, através da aplicação da *Lei dos Nós* de Kirchoff aos três nós.

Como conclusão pode dizer-se que nas montagens em estrela com neutro e em triângulo os receptores (monofásicos) funcionam independentemente uns dos outros.

6.7. Cálculo de Potência dos Sistemas Trifásicos

Quer a carga seja equilibrada ou não, podem calcular-se (medir-se) as potências consumidas em cada fase e somar-se. Assim, somam-se as potências activas aritmeticamente:

$$P = P_R + P_S + P_T$$

As potências reactivas têm de se somar algebricamente (tendo em conta se são indutivas ou capacitivas)

$$\underline{Q} = \underline{Q}_R + \underline{Q}_S + \underline{Q}_T$$

No caso de **sistemas equilibrados** (triângulo ou estrela), pode utilizar-se a fórmula que seguidamente se apresenta:

$$P = \sqrt{3}.U_c.I_l.\cos\Phi$$

$$Q = \sqrt{3}.U_c.I_l.\sin\Phi$$

$$S = \sqrt{3}.U_c.I_l$$

em que:

- U_c é a tensão composta (entre duas fases)
- I_l é a corrente nas linhas

Seguem-se alguns exemplos da medição de potência em sistemas trifásicos.

Exemplo 1:

Os elementos aquecedores de um forno, ligados em triângulo, absorvem uma corrente nas linhas de 20 A. Determine:

a) A potência do forno sabendo que a tensão na rede é 230/400 V

b) A intensidade que percorre cada elemento

Resolução:

a) $P = \sqrt{3}.U_c.I_l.\cos \Phi = \sqrt{3} \times 400 \times 20 \times 1 \approx 13800$ W = 13.8 kW

b) $I_f = I_l / \sqrt{3} = 20 / \sqrt{3} \approx 11.5$ A

Exemplo 2:

Um motor trifásico tem as seguintes características nominais indicadas na chapa:

Potência útil - 15 Cv

Tensão - 400 V

Factor de potência - 0.75

Intensidade na linha - 24 A

Determine o rendimento do motor.

Resolução:

É necessário determinar a potência absorvida pelo motor

$P_a = \sqrt{3}.U_c.I_l.\cos \Phi = \sqrt{3} \times 400 \times 24 \times 0.75 \approx 12420$ W ≈ 12.4 kW

O rendimento será

$\eta = P_u / P_a = 15 \times 735 / 12420 \approx 0{,}8877 \approx 89$ %

Exemplo 3:

Três resistências de 23 Ω estão ligadas numa rede trifásica de 230/400 V. Calcule a potência absorvida quando estão ligadas em estrela e em triângulo.

Resolução:

A potência pode ser dada, genericamente por:

$P = \sqrt{3}.U_c.I_l.\cos \Phi$

Em estrela fica:

$P_Y = \sqrt{3}.U_c.I_l.\cos \Phi = 3 \times 230 \times I_l \times 1$ e $I_l = 230 / 23 = 10$ A

Então,

$P_Y = 3 \times 230 \times 10 = 6900$ W

Em triângulo temos:

$P_\Delta = \sqrt{3}.U_c.I_l.\cos\Phi = 3 \times 230 \times I_l \times 1$ e $I_l = \sqrt{3}.\ I_f = \sqrt{3} \times (\sqrt{3} \times 230 \ / \ 23) = 30$ A

$P_\Delta = 3 \times 230 \times I_l = 20700$ W (= 6900 x 3)

Concluindo, podemos dizer que **a potência absorvida** na ligação **em triângulo é 3 vezes maior que** na ligação **em estrela**.

7. REFERÊNCIAS

[1] Selecções do Reader´s Digest, *História dos Grandes Inventos*, Selecções do Reader´s Digest S.A.R.L., Portugal, 1983. 🖂

[2] José Rodrigues, *Electrotecnia - Corrente Alternada*, Didáctica Editora, Portugal, 1984. 🖂

[3] Carlos Ferreira, *Teoria da Corrente Alternada*, Instituto Superior de Engenharia do Porto, Portugal. 🖂🕮

[4] Vladimiro Miranda, *Teoria da Electricidade II*, Departamento de Engenharia Electrotécnica e de Computadores, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal, 1987. 🖂

🖂 - do autor

🕮 - disponível no ISEP